

Total number of printed pages–23

3 (Sem– 1/CBCS) MAT HG/RC 1

2020

(Held in 2021)

MATHEMATICS

(Honours Generic/Regular)

For Honours Generic

Attempt either MAT–HG–1016 or MAT–HG–1026

For Regular

Attempt MAT–RC–1016

**The figures in the margin indicate
full marks for the questions.**

Answer **either** in English **or** in Assamese.

Paper : MAT–HG–1016/MAT–RC–1016

(Calculus)

Full Marks : 80

Time : Three hours

1. Answer the following questions :

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়াঁ :

(a) What is the n -th derivative of $\log(x + a)$?

1

$\log(x + a)$ ৰ n তম অবকলজটো কি হ'ব?

Contd.

(b) Expand $\tan^{-1} x$ in powers of x by Maclaurin's infinite series. 1

মেক্‌লৰিন'ৰ অসীম শ্ৰেণীটো ব্যৱহাৰ কৰি $\tan^{-1} x$ ক x ৰ ঘাতত প্ৰসাৰ কৰা।

(c) Find the derivative of x^2 w.r.t. x^3 . 1
 x^3 সাপেক্ষে x^2 ৰ অবকলজ উলিওৱা।

(d) Find the value of $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$. 1

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$ ৰ মান উলিওৱা।

(e) State the Leibnitz theorem. 1

লীবনিটজৰ উপপাদ্যটো লিখা।

(f) If $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$, what is the exact value of $\sin \theta$? 1

যদি $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$ হয়, $\sin \theta$ ৰ সঠিক মান কি হ'ব?

(g) If $b > 0$, $b \neq 1$, then at what interval the function $\log_b x$ is continuous? 1

যদি $b > 0$, $b \neq 1$, তেন্তে কি অন্তৰালত $\log_b x$ ফলনটো অবিচ্ছিন্ন হ'ব?

(h) Find the average rate of change of $y = x^2 + 1$ w.r.t. x over the interval $[3, 5]$. 1

x সাপেক্ষে $[3, 5]$ অন্তৰালত $y = x^2 + 1$ ৰ গড় হাৰ মান উলিওৱা।

(i) Sketch the graph of the function $f(x) = (x - 2)^4$. 1

$f(x) = (x - 2)^4$ ফলনটোৰ লেখ অংকন কৰা।

(j) State whether the statement is true **or** false : 1

The function $f(x) = |x|$ is not differentiable at $x = 0$.

তলৰ উক্তিটো সচাঁ নে মিছা লিখা :

$f(x) = |x|$ ফলনটো $x = 0$ বিন্দুত অৱকলন নহয়।

2. Answer the following questions : $2 \times 5 = 10$

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়াঁ :

(a) Sketch the graph of the function $f(x) = 1 - 2^x$ and find its domain and range. 2

$f(x) = 1 - 2^x$ ফলনটোৰ লেখ আঁকা আৰু ইয়াৰ আদিক্ষেত্ৰ আৰু পৰিসৰ উলিওৱা।

(b) Find the value of $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ 2

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ ৰ মান উলিওৱা।

(c) Show that $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{x^2 + y^2}$ does not exist. 2

দেখুওৱা যে, $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{x^2 + y^2}$ স্থিত নহয়।

(d) Consider the function $f(x) = x^2$. Find the function which

- (i) shifts the graph of f one unit up ;
- (ii) shifts the graph of f two units down. 2

$f(x) = x^2$ হ'লে, তলৰ ফলন কেইটা নিৰ্ণয় কৰা :

- (i) f ফলনটোৰ লেখটোক এক একক ওপৰলৈ স্থানান্তৰ কৰা।
- (ii) f ফলনটোৰ লেখটোক দুই একক তললৈ স্থানান্তৰ কৰা।

(e) Evaluate $\arcsin \left(\sin \frac{7\pi}{6} \right)$ 2

$\arcsin \left(\sin \frac{7\pi}{6} \right)$ ৰ মান উলিওৱা।

3. Answer **any four** questions :

যিকোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া : $5 \times 4 = 20$

(a) Find infinite series of $\sin x$ using Maclaurin's theorem. 5

মেক্‌লৰিনৰ উপপাদ্যটো প্ৰয়োগ কৰি $\sin x$ ৰ অসীম শ্ৰেণীটো উলিওৱা।

(b) Evaluate, using L'Hospital's rule :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^x - \log(1+x)}{2x} \quad 5$$

এল' হ'চপিতাল নিতি প্ৰয়োগ কৰি, নিৰ্ণয় কৰা :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x e^x - \log(1+x)}{2x}$$

(c) If U is a homogeneous function of x and y of degree n , show that $x^2 U_{xx} + 2xy U_{xy} + y^2 U_{yy} = n(n-1)U$. 5

U এটা n মাপৰ x আৰু y ৰ সুযম ফলন হ'লে, দেখুওৱা যে

$$x^2 U_{xx} + 2xy U_{xy} + y^2 U_{yy} = n(n-1)U.$$

(d) If $U = \log(x^2 + y^2)$, find $\frac{\partial U}{\partial x}$ using definition. 5

যদি $U = \log(x^2 + y^2)$, তেন্তে $\frac{\partial U}{\partial x}$ ৰ মান সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি উলিওৱা।

(e) For what value of k , the function

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 5x}{3x}, & \text{if } x \neq 0 \\ k, & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

is continuous at $x = 0$? 5

k ৰ কি মানৰ বাবে ফলন

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 5x}{3x}, & \text{if } x \neq 0 \\ k, & \text{if } x = 0 \end{cases}$$

$x = 0$ বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন ?

(f) State and Prove Rolle's theorem. 5

ৰ'লৰ উপপাদ্যটোৰ উক্তি লিখি প্ৰমাণ কৰা।

4. Answer **either** [(a) and (b)] **or** [(c) and (d)] :
6+4=10

[(a) আৰু (b)] অথবা [(c) আৰু (d)] অংশৰ উত্তৰ কৰা :

(a) In the mean value theorem

$f(x+h) = f(x) + hf'(x+\theta h)$, $0 < \theta < 1$,
show that limiting value of θ as $h \rightarrow 0$
is $\frac{1}{2}$, if $f(x) = \sin x$. 6

মধ্যমান উপপাদ্যটোত

$f(x+h) = f(x) + hf'(x+\theta h)$, $0 < \theta < 1$,
দেখুওৱা যে θ ৰ সীমিত মান $\frac{1}{2}$ যত, $h \rightarrow 0$
যদি $f(x) = \sin x$ ।

- (b) In a triangle ABC , $a = 2$ units, $b = 3$ units and $\angle C = 60^\circ$, find the value of $\sin A$. 4

ABC ত্রিভুজত, $a = 2$ একক, $b = 3$ একক আৰু $\angle C = 60^\circ$, তেন্তে $\sin A$ ৰ মান উলিওৱা।

- (c) Show that the function

$$f(x) = \begin{cases} \frac{xe^{1/x}}{1+e^{1/x}}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

is continuous but not differentiable at $x = 0$. 6

দেখুওৱা যে, ফলন

$$f(x) = \begin{cases} \frac{xe^{1/x}}{1+e^{1/x}}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

$x = 0$ বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন কিন্তু অৱকলন নহয়।

- (d) Find the value of θ in the mean value theorem $f(x+h) = f(x) + hf'(x+\theta h)$, $0 < \theta < 1$, for the function $f(x) = e^x$. 4

মধ্যমান উপপাদ্যটোত

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x+\theta h), \quad 0 < \theta < 1,$$

θ ৰ মান উলিওৱা, যদি $f(x) = e^x$.

5. Answer **any two** of the following : $5 \times 2 = 10$

যিকোনো দুটা অংশৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Evaluate **any two** : $2\frac{1}{2} \times 2 = 5$

(যিকোনো দুটাৰ) মান নিৰ্ণয় কৰা :

$$(i) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 + 8} - 3}{x + 1}$$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow e} \frac{\log x - 1}{x - e}$$

$$(iv) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^2 + 1} - \sqrt{2x^2 - 3x + 5}}{7x + 2}$$

(b) Examine differentiability of the following function at $x = 0$. 5

$$f(x) = \begin{cases} x \left(\frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}} \right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x \left(\frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{e^{1/x} + e^{-1/x}} \right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

ফলনটোৰ $x = 0$ বিন্দুত অৱকলন পৰীক্ষা কৰা।

(c) Show that the function

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & \text{if } x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & \text{if } x = 0, y = 0 \end{cases}$$

is continuous at $(0, 0)$. 5

দেখুওৱা যে ফলন,

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & \text{if } x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & \text{if } x = 0, y = 0 \end{cases}$$

$(0, 0)$ বিন্দুত অবিচ্ছিন্ন।

6. Answer **either** [(a) and (b)] **or** [(c)]: 5+5=10

[(a) আৰু (b)] অথবা [(c)] অংশৰ উত্তৰ কৰা :

(a) If (যদি) $y = \sin^{-1} x$, show that (দেখুওৱা যে)

(i) $(1 - x^2)y_2 - xy_1 = 0$

(ii) $(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} - n^2y_n = 0$
2+3=5

(b) State Lagrange's mean value theorem in $[a, b]$. Using it prove that,

$$\frac{b-a}{1+b^2} < \tan^{-1} b - \tan^{-1} a < \frac{b-a}{1+a^2}$$

for positive values of a and b . 1+4=5

$[a, b]$ অন্তৰালত লেগৰাঞ্জছ মধ্যমান উপপাদ্যটোৰ উক্তিটো লিখা আৰু ইয়াৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰা যে

$$\frac{b-a}{1+b^2} < \tan^{-1} b - \tan^{-1} a < \frac{b-a}{1+a^2}$$

a আৰু b ৰ ধনাত্মক মানৰ বাবে।

(c) Sketch the level curves of the following functions : 5+5=10

(i) $f(x, y) = 4x^2 + y^2$

(ii) $g(x, y) = x^2 - y^2$

তলৰ ফলন কেইটাৰ পৃষ্ঠস্বৰ অংকন কৰা :

(i) $f(x, y) = 4x^2 + y^2$

(ii) $g(x, y) = x^2 - y^2$

7. State Euler's theorem on homogeneous function.

If $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^3 + y^3}{x - y}\right)$, prove that

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$$

Hence deduce that

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 2(\cos 2u - 1) \sin 2u$$

1+3+6=10

ইউলাৰ সুখম ফলনৰ উপাদাদ্যটোৰ উক্তি লিখা।

যদি $u = \tan^{-1}\left(\frac{x^3 + y^3}{x - y}\right)$, প্রমাণ কৰা যে

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \sin 2u$$

ইয়াৰ পৰা সাব্যস্ত কৰা যে

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 2(\cos 2u - 1) \sin 2u$$

Or (অথবা)

If $z = \log \tan\left(\frac{y}{x}\right)$, then verify

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} \quad 10$$

যদি $z = \log \tan\left(\frac{y}{x}\right)$, তেন্তে সত্যতা প্রমাণ কৰা যে

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$$

Paper : MAT-HG-1026

(Analytical Geometry)

Full Marks : 80

Time : Three hours

1. Answer the following questions : $1 \times 10 = 10$

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ লিখা :

(i) Write the condition,

if $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ represents a pair of perpendicular lines.

$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ এ, এযোৰ পৰস্পৰ লম্বভাৱে থকা সৰলৰেখা নিৰূপণ কৰাৰ চৰ্ত লিখা।

(ii) Under what condition

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ may represent a pair of straight lines ?

কি চৰ্ত সাপেক্ষে

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ এ এযোৰ সৰলৰেখা নিৰ্দেশ কৰে?

(iii) Define a conic.

শাংকবৰ সংজ্ঞা লিখা।

(iv) Write the equation of the normal to the parabola $y^2 = 4ax$ at $(am^2, -2am)$.

$y^2 = 4ax$ অধিবৃত্তটোৰ $(am^2, -2am)$ বিন্দুত অভিলম্বৰ সমীকৰণ লিখা।

(v) For what value of a , the transformation $x = x' + 2$, $y = ay' - 3$ is a translation.

a ৰ কি মানৰ বাবে $x = x' + 2$, $y = ay' - 3$ এ স্থানান্তৰিত ৰূপান্তৰ বুজাব।

(vi) Find the distance between the points $(1, -2, 0)$ and $(4, 0, 5)$.

$(1, -2, 0)$ আৰু $(4, 0, 5)$ বিন্দু দুটাৰ মাজৰ দূৰত্ব নিৰ্ণয় কৰা।

(vii) If $\vec{u} = i - 3j + 2k$ and $\vec{v} = i + j$, find the magnitude of $\vec{u} + \vec{v}$.

$\vec{u} = i - 3j + 2k$ আৰু $\vec{v} = i + j$ হ'লে, $\vec{u} + \vec{v}$ ৰ মাপ নিৰ্ণয় কৰা।

(viii) Define dot product of two vectors.

দুটা ভেক্টৰৰ ডট পূৰণৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(ix) Find the angle between the vectors
 $\vec{u} = i - 2j + 2k$ and $\vec{v} = -3i + 6j + 2k$.

$\vec{u} = i - 2j + 2k$ আৰু $\vec{v} = -3i + 6j + 2k$ ভেক্টৰ
দুটাৰ মাজৰ কোণ নিৰ্ণয় কৰা।

(x) Write the condition of three vectors
 \vec{a} , \vec{b} and \vec{c} to be coplanar.

\vec{a} , \vec{b} আৰু \vec{c} ভেক্টৰ তিনিটা একসমতলীয় হোৱাৰ
চৰ্তটো লিখা।

2. Answer the following questions : $2 \times 5 = 10$
তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Find the equation of the parabola whose
focus is $(-1, 3)$ and vertex is $(4, 3)$.

$(-1, 3)$ নাভিবিन्दু আৰু $(4, 3)$ শীৰ্ষবিन्दু বিশিষ্ট
অধিবৃত্তটোৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Find the centre of the ellipse

$$2x^2 + 3y^2 - 4x + 5y + 4 = 0.$$

$2x^2 + 3y^2 - 4x + 5y + 4 = 0$ উপবৃত্তটোৰ কেন্দ্ৰ
নিৰ্ণয় কৰা।

- (c) If e_1 and e_2 are the eccentricities of a hyperbola and its conjugate, show that

$$\frac{1}{e_1^2} + \frac{1}{e_2^2} = 1$$

কোনো পৰাবৃত্ত আৰু তাৰ সংযুগ্ম পৰাবৃত্তৰ উপকেন্দ্ৰতা ক্ৰমে e_1 আৰু e_2 হলে, দেখুওৱা যে

$$\frac{1}{e_1^2} + \frac{1}{e_2^2} = 1$$

- (d) Find the centre and radius of the sphere that has $(1, -2, 4)$ and $(3, 4, -12)$ as end points of a diameter.

এটা গোলকৰ ব্যাসৰ মূৰ বিন্দু দুটা $(1, -2, 4)$ আৰু $(3, 4, -12)$ হলে গোলকটোৰ কেন্দ্ৰ আৰু ব্যাসার্ধ নিৰ্ণয় কৰা।

- (e) Find the angle that the vector $\vec{v} = -\sqrt{3}i + j$ makes with the positive x -axis.

$\vec{v} = -\sqrt{3}i + j$ ভেক্টৰে x অক্ষৰ ধনাত্মক দিশৰ লগত কৰা কোণটো নিৰ্ণয় কৰা।

3. Answer **any four** questions : $5 \times 4 = 20$

যিকোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Transform the equation

$$3x^2 + 2xy + 3y^2 - 18x - 22y + 50 = 0$$

when the origin is shifted to the point $(2, 3)$ and the axes are rotated through an angle $\frac{\pi}{4}$.

মূলবিন্দুক $(2, 3)$ বিন্দুলৈ স্থানান্তৰ কৰি অক্ষদ্বয়ক $\frac{\pi}{4}$ কোণত ঘূৰালে

$$3x^2 + 2xy + 3y^2 - 18x - 22y + 50 = 0$$

সমীকৰণৰ ৰূপান্তৰিত সমীকৰণটো নিৰ্ণয় কৰা।

(b) Find the product of the perpendiculars from (x_1, y_1) to the lines represented by $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$.

(x_1, y_1) বিন্দুৰ পৰা $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ এ বুজোৱা ৰেখা দুডাললৈ টনা লম্বৰ গুণফল নিৰ্ণয় কৰা।

(c) Find the equation of the directrix of the conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$.

$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ শাংকবটোৰ নিয়মিকা সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(d) Prove that the equation

$2x^2 - 5xy + 3y^2 - 2x + 3y = 0$ represents two lines and find their point of intersection.

প্রমাণ কৰা যে $2x^2 - 5xy + 3y^2 - 2x + 3y = 0$ সমীকৰণটোৱে এযোৰ সৰলৰেখাক নিৰ্দেশ কৰে আৰু সিহঁতৰ ছেদবিন্দুৰ স্থানাংক নিৰ্ণয় কৰা।

(e) Find the lengths of the semi axes of the conic $7x^2 + 52xy - 32y^2 = 180$.

$7x^2 + 52xy - 32y^2 = 180$ শাংকৰ অৰ্ধক্ষ দুডালৰ দীঘ নিৰ্ণয় কৰা।

(f) Show that the scalar triple product $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ is equal to the magnitude of the volume of the parallelepiped whose concurrent edges are \vec{a} , \vec{b} and \vec{c} .

দেখুওৱা যে, $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$ অদিশ ত্ৰিপুৰণ \vec{a} , \vec{b} আৰু \vec{c} ক সন্নিহিত বাহু হিচাবে লৈ গঠন কৰা ঘনকৰ আয়তনৰ মানৰ সমান।

Answer **either** (a) **or** (b) from each of the following **four** questions : 10×4=40

তলত দিয়া প্ৰশ্ন চাৰিটাৰ প্ৰতিটো প্ৰশ্নৰ (a) বা (b) অংশৰ উত্তৰ কৰিবা :

4. (a) (i) Find the equation of the pair of straight lines perpendicular to the pair of lines given by

$$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$$

$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ এ নিৰ্দেশ কৰা সৰল ৰেখা দুডালৰ লম্ব হোৱা ৰেখা দুডালৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

- (ii) Reduce the equation

$$14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$$

to the standard form.

$$14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$$

সমীকৰণটোক আদৰ্শ আকাৰলৈ ৰূপান্তৰ কৰা।

- (b) (i) The normal at the point $(at_1^2, 2at_1)$ meets the parabola $y^2 = 4ax$ again at the point $(at_2^2, 2at_2)$. Show that

$$t_2 = -t_1 - \frac{2}{t_1}.$$

$(at_1^2, 2at_1)$ বিন্দুত টনা অভিলম্বডালে
 $y^2 = 4ax$ অধিবৃত্তটোৰ $(at_2^2, 2at_2)$
 বিন্দুত সংযোজিত হয়। দেখুওৱা যে

$$t_2 = -t_1 - \frac{2}{t_1}$$

(ii) Find the asymptotes of the hyperbola

$$2x^2 - xy - y^2 + 2x - 2y + 2 = 0.$$

$$2x^2 - xy - y^2 + 2x - 2y + 2 = 0$$

পৰাবৃত্তৰ অনন্তস্পৰ্শী ৰেখাদ্বয় নিৰ্ণয় কৰা।

5. (a) (i) Find the parametric equations for the line through $P(5, -2, 1)$ and $Q(2, 4, 2)$.

$P(5, -2, 1)$ আৰু $Q(2, 4, 2)$ বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা ৰেখাডালৰ প্ৰাচলিক সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) Find a vector that is orthogonal to both of the vectors $\vec{u} = 2i - j + 3k$ and $\vec{v} = -7i + 2j - k$.

$\vec{u} = 2i - j + 3k$ আৰু $\vec{v} = -7i + 2j - k$ ভেক্টৰ দুটাৰ উভয়ৰে লম্ব হোৱা ভেক্টৰ নিৰ্ণয় কৰা।

- (b) (i) Find the parametric equations describing the line segment joining the points $P(3, 0, 11)$ and $Q(2, 6, 7)$.

$P(3, 0, 11)$ আৰু $Q(2, 6, 7)$ বিন্দু সংযোগী ৰেখাখণ্ডৰ প্ৰাচলিক সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

- (ii) Find the parametric equations of the line through $(-5, 2)$ and parallel to $2i - 3j$.

$(-5, 2)$ বিন্দুৰ মাজেৰে যোৱা আৰু $2i - 3j$ ৰ সমান্তৰাল হোৱা ৰেখাৰ প্ৰাচলিক সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

6. (a) (i) Find the equation of the bisectors of the angles between pair of lines given by $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$.

$ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ সমীকৰণে বুজোৱা ৰেখা দুডালৰ মাজৰ কোণৰ সমদ্বিখণ্ডকদ্বয়ৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) Find the equation of the polar of $P(x_1, y_1)$ with respect to the conic $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$.

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

শাংকব সাপেক্ষে $P(x_1, y_1)$ বিন্দুৰ প্ৰৱীয়া
ৰেখাৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।

(b) (i) Find λ such that the equation $12x^2 - 10xy + 2y^2 + 11x - 5y + \lambda = 0$ may represent a pair of straight lines.

λ ৰ কি মানৰ বাবে

$$12x^2 - 10xy + 2y^2 + 11x - 5y + \lambda = 0$$

সমীকৰণ দুডাল ৰেখা নিৰ্দেশ কৰে।

(ii) Remove the xy term from the equation $3x^2 + 2xy + 3y^2 - 2 = 0$ by rotating the axes.

$$3x^2 + 2xy + 3y^2 - 2 = 0$$

সমীকৰণৰ পৰা xy পদ অপনয়ন কৰা।

7. (a) (i) Find the condition that the line $y = mx + c$ is a tangent to the parabola $y^2 = 4ax$.

$y = mx + c$ ৰেখাডাল $y^2 = 4ax$ অধিবৃত্তৰ স্পৰ্শক হোৱাৰ চৰ্ত নিৰ্ণয় কৰা।

- (ii) Prove that the sum of the reciprocals of two perpendicular focal chords of a conic is constant.

প্ৰমাণ কৰা যে, এটা শাংকবৰ দুডাল পৰস্পৰ লম্ব নাভীয় জগৰ প্ৰতিক্ৰমৰ সমষ্টি ধ্ৰুৱক।

- (b) (i) Show that the equation

$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ represents an ellipse or a hyperbola according as

$$ab - h^2 > 0 \text{ or } ab - h^2 < 0 \text{ where } abc + 2fgh - af^2 - bg^2 - ch^2 \neq 0.$$

দেখুওৱা যে,

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$$

সমীকৰণ যথাক্ৰমে এটা উপবৃত্ত বা পৰাবৃত্ত

নিৰ্দেশ কৰে যদি $ab - h^2 > 0$ বা

$ab - h^2 < 0$, য'ত

$$abc + 2fgh - af^2 - bg^2 - ch^2 \neq 0$$

(ii) Find the equation of the tangent to the conic $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ at the point P whose vectorial angle is α .

$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ শাংকবৰ P বিন্দুৰ সদিশ কোণ α হলে, বিন্দুটোৰ শাংকবৰ স্পৰ্শকৰ সমীকৰণ নিৰ্ণয় কৰা।
