BIKALI COLLEGE LIBRARY

23E—MATH

2023

MATHEMATICS

Full Marks : 100

Pass Marks : 30

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

ALLOTMENT OF MARKS

Q. No. **1** carries *1* mark each	:	1×10	= 10
Q. No. **2** carries *2* marks each	:	2×10	= 20
Q. No. **3** carries *3* marks each	:	3×10	= 30
Q. No. **4** carries *4* marks each	:	4×5	= 20
Q. Nos. **5–8** carry *5* marks each	:	5×4	= 20
		Total	= 100

BIKALI COLLEGE LIBRARY

1. Answer the following questions : 1×10=10

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Let $A = \{ x \mid x$ is a letter in the word FOLLOW $\}$, $B = \{ y \mid y$ is a letter in the word WOLF $\}$. Is $A = B$?

ধৰা হ'ল $A = \{ x \mid$ FOLLOW শব্দৰ x এটা বৰ্ণ $\}$, $B = \{ y \mid$ WOLF শব্দৰ y এটা বৰ্ণ $\}$. $A = B$ হয়নে?

(b) If $A = \{ \phi \}$, write $P(A)$.

যদি $A = \{ \phi \}$ হয়, $P(A)$ লিখা।

(c) Write the general solution of $\cos x = 0$.

$\cos x = 0$ ৰ সাধাৰণ সমাধান লিখা।

(d) Express $(i)^{2022}$ in $a + ib$ form.

$(i)^{2022}$ ক $a + ib$ ৰূপত প্ৰকাশ কৰা।

(e) What is the number of permutations of n objects with p objects of same kind and rest all different?

n টা বস্তুৰ p টা বস্তু একেজাতীয় আৰু বাকী আটাইবোৰ ভিন্ন হ'লে আটাইবোৰ বস্তু লৈ কৰিব পৰা মুঠ বিন্যাসৰ সংখ্যা কিমান?

(f) For what values of x are the numbers $-\frac{2}{7}, x, -\frac{7}{2}$ in GP?

x ৰ কি মানৰ কাৰণে $-\frac{2}{7}, x, -\frac{7}{2}$ সংখ্যাকেইটা গুণোত্তৰ প্ৰগতিত আছে?

BIKALI COLLEGE LIBRARY

(g) Fill in the blank :

খালী ঠাই পূৰ কৰা :

The value of ${}^nC_0 + {}^nC_1 + \cdots + {}^nC_n$ is _____.

${}^nC_0 + {}^nC_1 + \cdots + {}^nC_n$ৰ মান হ'ল _____.

(h) Define ellipse.

উপবৃত্তৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(i) Write the standard equation of a circle with centre (h, k) and radius r.

(h, k) কেন্দ্ৰবিশিষ্ট আৰু r ব্যাসাৰ্ধযুক্ত বৃত্তৰ প্ৰামাণিক সমীকৰণটো লিখা।

(j) If A is an event such that $P(A) = \frac{1}{10}$, then find $P(\text{not}\, A)$.

A ঘটনাৰ সম্ভাৱিতা অৰ্থাৎ $P(A) = \frac{1}{10}$ হ'লে A নহয় ঘটনাৰ সম্ভাৱিতা অৰ্থাৎ $P(A$ নহয়$)$ কিমান?

2. Answer the following questions : 2×10=20

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Write the domain and range of the function $f(x) = |x-1|$.

$f(x) = |x-1|$ ফলনটোৰ আদিক্ষেত্ৰ আৰু পৰিসৰ লিখা।

(b) If $A = \{1, -1\}$, then find $A \times A \times A$.

যদি $A = \{1, -1\}$ হয়, $A \times A \times A$ উলিওৱা।

BIKALI COLLEGE LIBRARY

(c) Prove by using Venn diagram :

ভেন চিত্ৰৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰা :

(i) $A = (A \cap B) \cup (A - B)$

(ii) $A \cup (B - A) = A \cup B$

(d) Let $A = \{1, 2, \{3, 4\}, 5\}$. Which of the following statements are incorrect and why?

ধৰা হ'ল $A = \{1, 2, \{3, 4\}, 5\}$. তলৰ কোনবোৰ উক্তি অশুদ্ধ আৰু কিয় ?

(i) $(3, 4) \subset A$

(ii) $\{1, 2, 5\} \in A$

(iii) $\phi \in A$

(iv) $\phi \subset A$

(e) If $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^m = 1$, then find the least positive integral value of m.

যদি $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^m = 1$ হয়, তেন্তে m ৰ সৰ্বনিম্ন ধনাত্মক অখণ্ড মান উলিওৱা।

(f) Write the 4th term in the expansion of $\left(\frac{x}{3} + 9y\right)^{10}$.

$\left(\frac{x}{3} + 9y\right)^{10}$ ৰ বিস্তৃতিৰ চতুৰ্থ পদটো লিখা।

(g) In how many of the distinct permutations of the letters in MISSISSIPPI do the four I's not come together?

MISSISSIPPI শব্দটোৰ বিভিন্ন বিন্যাসবোৰৰ ভিতৰত কিমানটা বিন্যাসত I চাৰিটা একেলগে নাথাকে ?

BIKALI COLLEGE LIBRARY

(h) A man starts repaying a loan with first instalment as ₹ 1,000. If he increases the instalment by ₹ 5 every month, what amount will he pay in the 30th instalment?

প্ৰথম কিস্তিটো 1,000 টকাৰে আৰম্ভ কৰি এজন মানুহে ধাৰ পৰিশোধ কৰিবলৈ আৰম্ভ কৰে। যদি তেওঁ প্ৰতি মাহে পৰিশোধিত ধনৰ পৰিমাণ 5 টকাকৈ বৃদ্ধি কৰে, তেনেহ'লে 30তম কিস্তিত তেওঁ কিমান টকা পৰিশোধ কৰিব?

(i) If three points $(h, 0)$, (a, b) and $(0, k)$ lie on a line, then show that $\frac{a}{h}+\frac{b}{k}=1$.

$(h, 0)$, (a, b) আৰু $(0, k)$ বিন্দুকেইটা একেৰেখীয় হ'লে দেখুওৱা যে $\frac{a}{h}+\frac{b}{k}=1$.

(j) Find $\frac{dy}{dx}$, where

$\frac{dy}{dx}$ উলিওৱা, য'ত

$$y=\frac{x^5-\cos x}{\sin x}$$

3. Answer the following questions (any *ten*) : 3×10=30

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া (যি কোনো দহটা) :

(a) Draw the graph of the function f, where

f ফলনটোৰ লেখ অংকন কৰা য'ত

$$f(x)=\begin{cases}1-x\ , & x<0\\ 1+x\ , & x>0\\ 1\ , & x=0\end{cases}$$

BIKALI COLLEGE LIBRARY

(b) Give one example each of empty set, finite set and infinite set.

বিক্ত সংহতি, সসীম সংহতি আৰু অসীম সংহতিৰ প্ৰত্যেকৰে এটাকৈ উদাহৰণ দিয়া।

(c) Prove that

প্ৰমাণ কৰা যে

$$\sin 3x + \sin 2x - \sin x = 4\sin x \cos\frac{x}{2}\cos\frac{3x}{2}$$

(d) *(i)* What do you mean by principal solutions of a trigonometric equation? 1

ত্ৰিকোণমিতীয় সমীকৰণৰ মুখ্য সমাধান বুলিলে কি বুজা?

(ii) Find the general solution of $\tan 2x = -\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$. 2

$\tan 2x = -\cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ ৰ সাধাৰণ সমাধান উলিওৱা।

(e) Find the modulus and argument of the complex number $\frac{1}{1+i}$.

$\frac{1}{1+i}$ জটিল সংখ্যাটোৰ মাপাংক আৰু কোণাংক উলিওৱা।

(f) How many numbers greater than 100000 can be formed by the digits 1, 2, 0, 2, 4, 2?

1, 2, 0, 2, 4, 2 অংককেইটা ব্যৱহাৰ কৰি 100000তকৈ ডাঙৰ কিমানটা সংখ্যা গঠন কৰিব পাৰি?

BIKALI COLLEGE LIBRARY

(g) Show that the middle term in the expansion of $(1+x)^{2n}$ is $\frac{1.3.5.\ \ldots.\ (2n-1)}{n!}2^n x^n$, where n is a positive integer.

n ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা হ'লে দেখুওৱা যে $(1+x)^{2n}$ৰ বিস্তৃতিত মধ্য পদটো হ'ব $\frac{1.3.5.\ \ldots.\ (2n-1)}{n!}2^n x^n$.

(h) The sum of two numbers is 6 times their geometric mean. Show that the numbers are in the ratio $(3+2\sqrt{2}):(3-2\sqrt{2})$.

দুটা সংখ্যাৰ যোগফল সংখ্যা দুটাৰ গুণোত্তৰ মাধ্যৰ 6 গুণ। দেখুওৱা যে সংখ্যা দুটাৰ অনুপাত $(3+2\sqrt{2}):(3-2\sqrt{2})$.

(i) (i) Find the equation of the parabola which is symmetric about X-axis and passes through the point $(-2, -3)$. The vertex of the parabola is the origin. 2

X-অক্ষ সাপেক্ষে প্ৰতিসম আৰু $(-2, -3)$ বিন্দুৰে যোৱা অধিবৃত্তৰ সমীকৰণ উলিওৱা। অধিবৃত্তটোৰ শীৰ্ষবিন্দু হ'ল মূল বিন্দুটো।

(ii) Find the coordinates of the foci and the length of the latus rectum of the hyperbola $9y^2 - 4x^2 = 36$. 1

$9y^2 - 4x^2 = 36$ পৰাবৃত্তৰ নাভি আৰু নাভিলম্বৰ দীঘ নিৰ্ণয় কৰা।

(j) If the origin is the centroid of the triangle ABC with vertices $A(2a, 2, 6)$, $B(-4, 3b, -10)$ and $C(8, 14, 2c)$, then find the values of a, b and c.

$A(2a, 2, 6)$, $B(-4, 3b, -10)$ আৰু $C(8, 14, 2c)$ শীৰ্ষবিন্দুবিশিষ্ট ত্ৰিভুজ ABCৰ ভৰকেন্দ্ৰ মূল বিন্দু হ'লে a, b আৰু cৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

BIKALI COLLEGE LIBRARY

(k) Show that the following statement is true by the method of contrapositive :

P : If x is an integer and x^2 is even, then x is also even.

বিপৰীত ধনাত্মক পদ্ধতিৰে দেখুওৱা যে তলত দিয়া উক্তিটো সত্য :

P : যদি x এটা অখণ্ড সংখ্যা আৰু x^2 যুগ্ম, তেন্তে x ও যুগ্ম।

(l) If $z_1 = 2 - i$, $z_2 = 1 + i$, then find $\left|\dfrac{z_1 + z_2 + 1}{z_1 - z_2 + 1}\right|$.

যদি $z_1 = 2 - i$, $z_2 = 1 + i$, তেন্তে $\left|\dfrac{z_1 + z_2 + 1}{z_1 - z_2 + 1}\right|$ উলিওৱা।

4. Answer the following questions (any *five*) : 4×5=20

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া (যি কোনো পাঁচটা) :

(a) *(i)* Show that $A \cap B = A \cap C$ need not imply $B = C$. 1

দেখুওৱা যে $A \cap B = A \cap C$য়ে $B = C$ নুসূচায়।

(ii) In a survey of 60 people, it was found that 25 people read newspaper H, 26 read newspaper T, 26 read newspaper I, 9 read both H and I, 11 read both H and T, 8 read both T and I, 3 read all the three newspapers. Find the number of people who read exactly one newspaper. 3

60 জন মানুহৰ এটা সমীক্ষাত দেখা গ'ল যে 25 জন মানুহে H বাতৰি কাকত পঢ়ে, 26 জনে T বাতৰি কাকত পঢ়ে, 26 জনে I বাতৰি কাকত পঢ়ে, 9 জনে H আৰু I দুয়োখন পঢ়ে, 11 জনে H আৰু T দুয়োখন পঢ়ে, 8 জনে T আৰু I দুয়োখন পঢ়ে, 3 জনে তিনিওখন বাতৰি কাকত পঢ়ে। মাত্ৰ এখন কাকত পঢ়া মানুহৰ সংখ্যা উলিওৱা।

BIKALI COLLEGE LIBRARY

(b) Solve the following system of inequalities graphically : 4

তলত দিয়া অসমিকা প্ৰণালীটো লৈখিকভাৱে সমাধান উলিওৱা :

$$x+y \le 10$$
$$x+y \ge 1$$
$$x-y \le 0$$
$$x \ge 0,\ \ y \ge 0$$

(c) *(i)* Find the limits (if exist) : 2

চৰমমান উলিওৱা (যদি আছে) :

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{\tan 2x}{x - \frac{\pi}{2}}$$

(ii) If the function $f(x)$ satisfies $\lim_{x \to 1} \frac{f(x)-2}{x^2-1} = \pi$, then evaluate $\lim_{x \to 1} f(x)$. 2

যদি $f(x)$ ফলনটোৱে $\lim_{x \to 1} \frac{f(x)-2}{x^2-1} = \pi$ মানি চলে, তেন্তে $\lim_{x \to 1} f(x)$ৰ মান উলিওৱা।

(d) Two students Anil and Ashim appeared in an examination. The probability that Anil will qualify the examination is 0·05 and that Ashim will qualify the examination is 0·10. The probability that both will qualify the examination is 0·02. Find the probability that—

(i) both Anil and Ashim will not qualify the examination;

(ii) at least one of them will not qualify the examination. 3+1=4

BIKALI COLLEGE LIBRARY

অনিল আৰু অসীম নামৰ দুজন ছাত্ৰ এটা পৰীক্ষাত অৱতীৰ্ণ হ'ল। অনিলৰ পৰীক্ষাত উত্তীৰ্ণ হোৱাৰ সম্ভাৱিতা হ'ল 0·05 আৰু অসীমৰ উত্তীৰ্ণ হোৱাৰ সম্ভাৱিতা 0·10. দুয়োজনে পৰীক্ষাত উত্তীৰ্ণ হোৱাৰ সম্ভাৱিতা হ'ল 0·02. সম্ভাৱিতা নিৰ্ণয় কৰা যাতে—

(i) পৰীক্ষাত অনিল আৰু অসীম দুয়োজনে উত্তীৰ্ণ নহয়;

(ii) দুয়োজনৰ ভিতৰত অতি কমেও এজন পৰীক্ষাত উত্তীৰ্ণ নহয়।

(e) If the 4-digit numbers greater than 5000 are randomly formed from the digits 0, 1, 3, 5 and 7, what is the probability of forming a number divisible by 5, when—

(i) the digits are repeated;

(ii) the repetition of the digits is not allowed? 4

0, 1, 3, 5 আৰু 7 অংকবোৰ ব্যৱহাৰ কৰি 5000তকৈ ডাঙৰ যি কোনো ধৰণৰ 4 অংকীয়া সংখ্যা গঠন কৰা হ'ল। 5 ৰে বিভাজ্য সংখ্যা গঠিত হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান যদিহে—

(i) অংকবোৰ বাৰে বাৰে ব্যৱহাৰযোগ্য হয়;

(ii) অংকবোৰ বাৰে বাৰে ব্যৱহাৰ নিষিদ্ধ হয়?

(f) Find the sum up to n terms of the series

$$5+11+19+29+41+\cdots$$ 4

$5+11+19+29+41+\cdots$ শ্ৰেণীটোৰ nতম পদলৈ যোগফল উলিওৱা।

5. (a) If in two circles, arcs of the same length subtend angles 60° and 75° at the centre, then find the ratio of their radii. 3

একে দৈৰ্ঘ্যৰ দুটা চাপে দুটা বৃত্তৰ কেন্দ্ৰত 60° আৰু 75° কোণ উৎপন্ন কৰে। বৃত্ত দুটাৰ ব্যাসাৰ্ধ দুডালৰ অনুপাত উলিওৱা।

BIKALI COLLEGE LIBRARY

(b) Find the degree measure corresponding to the radian measure 4. (Use $\pi = \frac{22}{7}$) 2

4 ৰেডিয়ান মাপৰ অনুৰূপ ডিগ্ৰী মাপ উলিওৱা। ($\pi = \frac{22}{7}$ বুলি ধৰিবা)

6. Prove that $2.7^n + 3.5^n - 5$ is divisible by 24 for all $n \in \mathbb{N}$. 5

প্ৰমাণ কৰা যে সকলো $n \in \mathbb{N}$ৰ বাবে $2.7^n + 3.5^n - 5$, 24 ৰে বিভাজ্য।

Or / অথবা

Using the principle of mathematical induction for all $n \in \mathbb{N}$, prove that

$$\frac{1}{1.4} + \frac{1}{4.7} + \frac{1}{7.10} + \cdots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{n}{3n+1}$$

সকলো $n \in \mathbb{N}$ৰ বাবে গণিতীয় আৰোহ তত্ত্বৰ সহায়ত প্ৰমাণ কৰা যে

$$\frac{1}{1.4} + \frac{1}{4.7} + \frac{1}{7.10} + \cdots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{n}{3n+1}$$

7. *(a)* If p and q are the lengths of perpendiculars from the origin to the lines $x\cos\theta - y\sin\theta = k\cos 2\theta$ and $x\sec\theta + y\operatorname{cosec}\theta = k$ respectively, then prove that $p^2 + 4q^2 = k^2$. 3

মূল বিন্দুৰ পৰা $x\cos\theta - y\sin\theta = k\cos 2\theta$ আৰু $x\sec\theta + y\operatorname{cosec}\theta = k$ ৰেখা দুডাললৈ লম্ব দূৰত্ব p আৰু q হ'লে প্ৰমাণ কৰা যে $p^2 + 4q^2 = k^2$.

 [*Contd.*

BIKALI COLLEGE LIBRARY

(b) Identify the quantifier in the following statement and write the negation of the statement : 2

There exists a number which is equal to its square.

তলৰ উক্তিটোৰ পৰিমাণক চিনাক্ত কৰা আৰু উক্তিটোৰ নিষেধক লিখা :

এটা সংখ্যা আছে যিটো তাৰ বৰ্গৰ সমান।

8. Calculate the mean, variance and standard deviation for the following frequency distribution : 5

তলত দিয়া বাৰংবাৰতা বিভাজনৰ বাবে মাধ্য, প্ৰসৰণ আৰু প্ৰামাণিক বিচ্যুতি নিৰ্ণয় কৰা :

Class শ্ৰেণী	30–40	40–50	50–60	60–70	70–80	80–90	90–100
Frequency বাৰংবাৰতা	3	7	12	15	8	3	2

Or / অথবা

Calculate the mean deviation about median age for the age distribution of 100 persons given below :

নিম্নোক্ত 100 গৰাকী ব্যক্তিৰ বয়সৰ বিতৰণৰ বাবে মধ্যমাৰ পৰা গড় বিচ্যুতি উলিওৱা :

Age বয়স	16–20	21–25	26–30	31–35	36–40	41–45	46–50	51–55
Number সংখ্যা	5	6	12	14	26	12	16	9

★★★